$\psi(1) = G(1) + G(1) = 2G(1)$

d'où

$\psi(x) = 2G(1)$; $\forall x \in]0,+\infty[$

$\Rightarrow \lim_{+\infty} \psi(x) = 2G(1)$

b) $u(t) = G(tg\,t)$; $\in \left]\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$

$u'(t) = (1+tg^2 t).G'(tg\,t)$

$= (1+tg^2 t)\ \varphi(tg\,t)$

$= (1+tg^2 t).\frac{1}{1+tg^2 t}$

$u'(t) = 1$

$u(t) = t + k$; $(k \in \mathbb{R})$

$u(0) = G(tg\,0) = G(0) = 0$

$\Rightarrow k = 0$

$u(t) = t$; $\forall t \in \left]\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$

$G(1) = G(tg\,\frac{\pi}{4}) = u(\frac{\pi}{4}) = \frac{\pi}{4}$

$\lim_{+\infty} \psi(x) = 2G(1) = \frac{\pi}{2}$

$G(x) = \psi(x) - G\left(\frac{1}{x}\right)$

$\lim_{+\infty} \psi(x) = \frac{\pi}{2}$

$\lim_{+\infty} G(\frac{1}{x}) = G(0) = 0$

d'où $\lim_{+\infty} G(x) = \frac{\pi}{2}$

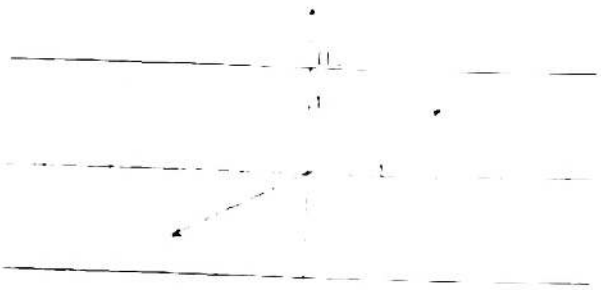
4. $G'(x) = \varphi(x) = \frac{1}{1+x^2} > 0$

x	0	$+\infty$
G'(x)	+	
G(x)	0 ↗	$\frac{\pi}{2}$

G est impaire.

$G'(0) = \frac{1}{2}$

O : centre de symétrie.



EX 21 :

$f(x) = \sqrt{1+Cos\,x}$; $x \in [0,\pi]$

1.*a)* *f Est dérivable sur* $[0,\pi[$

$f'(x) = \frac{-\sin x}{2\sqrt{1+Cos\,x}} \leq 0$

f est continue et strictement décroissante sur $[0,\pi]$ *elle réalise donc une bijection de* $[0,\pi]$ *sur*

$g([0,\pi]) = [g(\pi), g(0)] = \left[0, \sqrt{2}\right]$

b) *f est dérivable sur* $]0,\pi[$

et $f'(x) = \frac{-\sin x}{2\sqrt{1+Cos\,x}} \neq 0$

d'où f^{-1} *est dérivable sur*

$f(]0,\pi[) =]0,\sqrt{2}[$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn